

## Ćwiczenie nr 1:

## Waga hydrostatyczna, wypór

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości ciał stałych za pomocą wagi hydrostatycznej i porównanie tej metody z metodami, w których mierzona jest objętość ciał.

## 1. Wprowadzenie

## 1.1. Gęstość

Jedną z podstawowych wielkości charakteryzujących dane ciało jest gęstość  $\rho$  w  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (1)$$

gdzie:

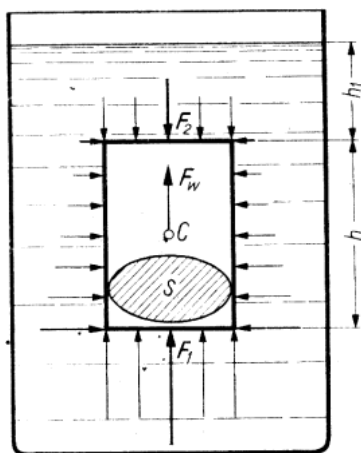
$m$  – masa ciała  $[\text{kg}]$ ,

$V$  – objętość ciała  $[\text{m}^3]$ .

Gęstość cieczy można łatwo określić stosując do pomiaru areometr, aczkolwiek trzeba tu pamiętać, że jest on wycechowany dla określonej temperatury. Innym sposobem pomiaru gęstości cieczy jest zastosowanie piknometru – tu możliwe są dokładne pomiary w różnych temperaturach. Z kolei dla ciał stałych najdogodniej jest określić masę ciała i zmierzyć jego objętość. Tę ostatnią można obliczyć mierząc poszczególne wymiary ciała (o ile jest to realnie możliwe) lub zmierzyć jego objętość przy zastosowaniu np. cylindra miarowego, bądź poprzez pomiar objętości wypartej cieczy. Jest też możliwość pomiaru gęstości ciała stałego w której nie dokonujemy pomiaru objętości ciała. W metodzie tej – z wykorzystaniem wagi hydrostatycznej dokonujemy tylko pomiarów masy ciała, a także potrzebna jest znajomość gęstości cieczy w której ciało zanurzamy. Tą metodą bliżej się teraz zajmiemy.

## 1.2. Siła wyporu

Rozważmy ciało w kształcie walca (Rys. 1) o polu przekroju  $S$  i wysokości  $h$  zanurzone w cieczy o ciężarze właściwym  $\gamma$ .



Rys. 1. Siły działające na ciało zanurzone w cieczy

Górna powierzchnia walca znajduje się na głębokości  $h_1$  pod powierzchnią swobodną cieczy. Ciecz wywiera parcie na zanurzony walec, tym większe - im większa jest głębokość zanurzenia. Parcia na boczne ściany – ze względu na symetrię znoszą się wzajemnie i nie będziemy ich tu rozpatrywać. Na dolną powierzchnię walca wywierane jest parcie:

$$F_1 = S \cdot (h + h_1) \cdot \gamma \quad (2)$$

Na górną:

$$F_2 = S \cdot h_1 \cdot \gamma \quad (3)$$

Wypadkową tych parć jest siła działająca pionowo do góry (przeciwnie do siły ciężkości) zwana **siłą wyporu** -  $F_w$ .

$$F_w = F_1 - F_2 = (h + h_1) \cdot \gamma - S \cdot h_1 \cdot \gamma = S \cdot h \cdot \gamma \quad (4)$$

Iloczyn  $S \cdot h$  określa objętość zanurzonego ciała  $V_{zan}$  lub też objętość cieczy wypartej przez to ciało.

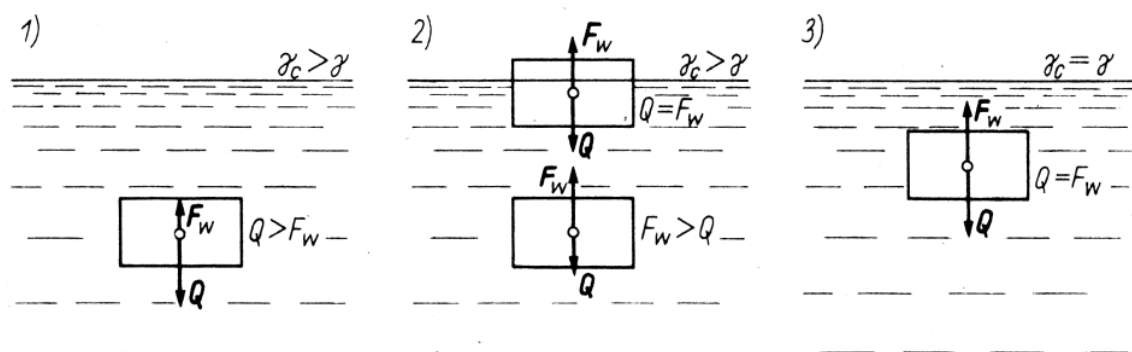
$$F_w = V_{zan} \cdot \gamma \quad (5)$$

Z kolei iloczyn  $V_{zan} \cdot \gamma$  jest także równy ciężarowi  $Q_{wyp}$  cieczy wypartej przez zanurzone ciało. Jeżeli przez  $Q$  oznaczymy ciężar ciała, a przez  $Q_w$  ciężar tego ciała zanurzonego całkowicie w cieczy, to znane prawo Archimidesa przybiera postać:

$$Q - Q_w \text{ cieczy} = Q_{wyp} = F_w \quad (6)$$

### 1.3. Pływanie ciał

Zachowanie się ciała jednorodnego zanurzonego w cieczy jest zależne od stosunku ciężaru ciała do siły wyporu. Rozróżniamy tu trzy przypadki (Rys. 2):



Rys. 2. Warunki pływania ciał

1) **Ciało tonie** w cieczy gdy jego ciężar większy jest od siły wyporu:

$$Q > F_w \text{ oraz } \gamma_{ciała} > \gamma_{cieczy} \quad (7)$$

2) **Ciało pływa częściowo zanurzone** w cieczy:

$$Q < F_w \text{ oraz } \gamma_{ciała} < \gamma_{cieczy} \quad (8)$$

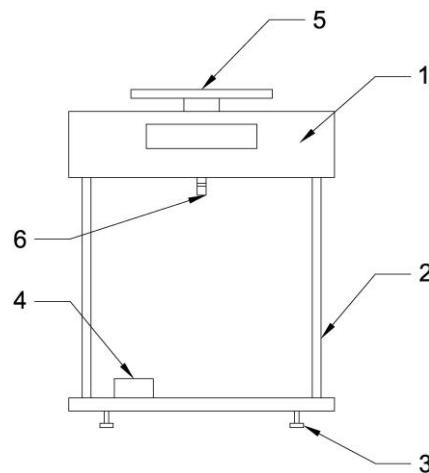
Przy czym warunek  $Q < F_w$  dotyczy sytuacji gdy ciało znajduje się pod powierzchnią zwierciadła swobodnego cieczy. Gdy ciało zaczyna wypływać zmniejsza się objętość części zanurzonej, a tym samym jak wynika z warunku (5) maleje siła wyporu. Ciało wypływa dopóty dopóki siła wyporu nie zrównoważy się z ciężarem  $Q = F_w$  części zan.

3) **Ciało pływa swobodnie** wewnątrz cieczy (nie wypływa, ani nie tonie):

$$Q = F_w \text{ oraz } \gamma_{\text{ciała}} = \gamma_{\text{cieczy}} \quad (9)$$

## 2. Opis stanowiska badawczego

Schemat stanowiska przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Stanowisko badawcze

Zasadniczą jego częścią jest waga z wyświetlaczem elektronicznym (1). Umocowana jest ona na odpowiednio wysokim statywie (2), zaopatrzonego w pokręta regulacyjne (3) i w libellę pudełkową (4). Pomiaru masy ciał można dokonywać zarówno stawiając je na szalce (5), jak i w oparciu o specjalnie wykonany przez producenta zaczep (6). Aby drugi sposób był możliwy do realizacji ciała muszą być zaopatrzone w krótką żyłkę z haczykiem.

## 3. Przebieg ćwiczenia

- 1) Po ustawieniu wagi na stole za pomocą pokręteł regulacyjnych (3) sprowadzić bańkę libelli (4) do punktu centralnego.
- 2) Wydane przez prowadzącego ćwiczenia ciała zważyć. Określić błąd pomiaru masy ( $\Delta m = 0,1g$ ).
- 3) Za pomocą suwmiarki zmierzyć istotne wymiary ciał i wyliczyć ich objętość  $V_{MAT}$ . Określić błąd pomiaru na suwmiarce ( $\Delta l = 0,05 \text{ mm}$ ). Następnie z zależności (10) obliczyć gęstość ciał.

$$\rho_{MAT} = \frac{m}{V_{MAT}} \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (10)$$

- 4) Zmierzyć objętość tych samych ciał korzystając z menzurki i odczytać  $V_{CYL}$ . Dla konkretnych ciał dobierać możliwie najmniejsze menzurki. Określić błąd pomiaru objętości (dla stali, aluminium oraz PMM przyjąć  $\Delta V = 0,5 \text{ cm}^3$ ; dla szkła i gumy przyjąć  $\Delta V = 1,0 \text{ cm}^3$ ). Ze wzoru (11) obliczyć gęstość ciał.

$$\rho_{CYL} = \frac{m}{V_{CYL}} \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (11)$$

- 5) Do zlewki o pojemności 1 litra nalać wodę tak aby zwierciadło cieczy było ok. 3 cm poniżej krawędzi. Zmierzyć temperaturę wody i z tabel odczytać gęstość wody  $\rho_{H_2O}$ . Określić błąd odczytu gęstości ( $\Delta\rho = 0,000025 \text{ g/cm}^3$ ).
- 6) Zlewkę z wodą ustawić na statywie wagi centralnie pod uchwytem (6).
- 7) Kolejne próbki materiałów (badane ciała) zawiesić na uchwycie (6) i ostrożnie zanurzyć do wody. Należy przy tym zwrócić uwagę na to, aby ciała nie dotykały ścianek bądź dna zlewki i były całkowicie zanurzone w cieczy. Zanotować masę ciał  $m_{wH_2O}$ .
- 8) Wyliczyć gęstość ciał stałych  $\rho_{HYDR}$  korzystając ze wzoru:

$$\rho_{HYDR} = \frac{m}{m - m_{wH_2O}} \cdot \rho_{H_2O} \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (12)$$

- 9) W miejsce zlewki z wodą wstawić zlewkę z gliceryną i analogicznie jak w punkcie 7 dokonać pomiaru masy ciał zanurzonych w glicerynę  $m_{wGLICERYNIE}$ . Należy tu pamiętać o zasadniczym fakcie, iż pomiaru masy można dokonać wtedy gdy ciała toną w cieczy – a nie wszystkie z wydanych ciał będą mieć gęstość większą od gliceryny.
- 10) Wyliczyć gęstość gliceryny z zależności:

$$\rho_G = \frac{m - m_{wGLICERYNIE}}{m} \cdot \rho_{(MAT \text{ lub } CYL \text{ lub } HYDR)} \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (13)$$

- 11) Dla ciał pływających w glicerynie określić objętość zanurzoną ciała  $V_{ZAN}$ . Następnie z zależności (14) wyznaczyć gęstość gliceryny.

$$\rho_G = \frac{V_{(MAT \text{ lub } CYL \text{ lub } \acute{S}REDNIA)}}{V_{ZAN}} \cdot \rho_{(MAT \text{ lub } CYL \text{ lub } HYDR)} \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (14)$$

- 12) W ostatniej części doświadczenia należy uzyskać warunek równowagi dla ciała pływającego swobodnie wewnątrz cieczy. W tym celu umieścić butelkę z korkiem w zlewce z wodą i poddawać ją obserwacji. W celu uzyskania warunku równowagi należy zwiększać lub zmniejszać masę butelki poprzez napełnianie lub opróżnianie jej za pomocą strzykawki z wodą. Po ustaleniu warunku równowagi należy butelkę zważyć ( $m_{butelki \text{ z } wod\acute{a}}$ ) oraz określić jej objętość za pomocą cylindra miarowego ( $V_{butelki}$ ).
- 13) Obliczyć błędy pomiarowe metodą różniczki zupełnej dla wyznaczonych wartości gęstości dla wszystkich ciał (do 2 liczb znaczących). Dla zależności (10) według wzoru:

$$\Delta\rho_{MAT} = \left| \frac{1}{V} \right| \cdot |\Delta m| + \left| -\frac{m}{V^2} \right| \cdot |\Delta V| \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (15)$$

Dla zależności (11) według wzoru:

$$\Delta\rho_{CYL} = \left| \frac{1}{V} \right| \cdot |\Delta m| + \left| -\frac{m}{V^2} \right| \cdot |\Delta V| \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (16)$$

Dla zależności (12) według wzoru:

$$\Delta\rho_{HYDR} = \left| \frac{m}{m - m_{wH_2O}} \right| \cdot |\Delta\rho_{H_2O}| + \left| -\frac{m}{(m - m_{wH_2O})^2} \cdot \rho_{H_2O} \right| \cdot |\Delta m| + \left| \frac{1}{(1 - m_{wH_2O})^2} \cdot \rho_{H_2O} \right| \cdot |\Delta m| \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (17)$$

- 14) Wszystkie wartości zmierzone wprowadzić do tabeli wyników (Załącznik 1).

#### **4. Sprawozdanie**

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów, należy wykonać sprawozdanie wg. wzoru poniżej:

- Przebieg ćwiczenia (krótki, wypunktowany)
- Opis badanych wielkości (zastosowane wzory + objaśnienia)
- Przykład obliczeń (dla każdej z badanych wielkości)
- Wyniki (uzupełniona tabela wyników)
- Wnioski

## Załącznik 1. Tabela wyników

### I. Wyznaczenie gęstości ciała

Lp.	Materiał	m	V <sub>MAT</sub>	V <sub>CYL</sub>	m <sub>wH2O</sub>	ρ <sub>MAT</sub>	ρ <sub>CYL</sub>	ρ <sub>HYDR</sub>
		[g]	[cm <sup>3</sup> ]	[cm <sup>3</sup> ]	[g]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]
1								
2								
3								
4								
5								

$$T_{H2O} = \dots\dots\dots \text{ }^{\circ}\text{C}, \rho_{H2O} = \dots\dots\dots [\text{g/cm}^3]$$

$$\rho_{MAT} = \frac{m}{V_{MAT}} \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]; \rho_{CYL} = \frac{m}{V_{CYL}} \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]; \rho_{HYDR} = \frac{m}{m - m_{wH2O}} \cdot \rho_{H2O} \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$$

$$V_{\text{Stożka ściętego}} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot \left( \frac{D^2}{4} + \frac{d \cdot D}{4} + \frac{d^2}{4} \right) [\text{cm}^3]; \Delta m = \pm 0,1 \text{ g}; \Delta V = \pm 0,5/1 \text{ (Stal/Alu/PMM oraz}$$

$$\text{Szkło/Guma)}; \Delta \rho_{H2O} = \pm 0,000025 \text{ g/cm}^3;$$

### II. Wyznaczenie gęstości cieczy (GLICERYNY)

#### A. Ciała tonące w glicerynie

Lp.	Materiał	m	m <sub>wGLICERYNIE</sub>	ρ <sub>G MAT</sub>	ρ <sub>G CYL</sub>	ρ <sub>G HYDR</sub>
		[g]	[g]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]
1						
2						
3						

$$\rho_G = \frac{m - m_{wGLICERYNIE}}{m} \cdot \rho_{(MAT \text{ lub } CYL \text{ lub } HYDR)} \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right];$$

B. Ciała pływające w glicerynie

Lp.	Materiał	$V_{MAT}$	$V_{CYL}$	$V_{ZAN}$	$\rho_{G\ MAT}$	$\rho_{G\ CYL}$	$\rho_{G\ HYDR}$
		[cm <sup>3</sup> ]	[cm <sup>3</sup> ]	[cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[g/cm <sup>3</sup> ]
1							
2							

$$\rho_G = \frac{V_{(MAT\ lub\ CYL\ lub\ \acute{S}REDNIA)}}{V_{ZAN}} \cdot \rho_{(MAT\ lub\ CYL\ lub\ HYDR)} \left[ \frac{g}{cm^3} \right]$$

C. Ciało pływające swobodnie wewnątrz cieczy (nie wypływa, ani nie tonie)

$$V_{butelki} = \dots\dots\dots [cm^3]$$

$$m_{butelki\ z\ H_2O} = \dots\dots\dots [g]$$

$$\rho_{butelki} = \frac{m_{butelki\ z\ H_2O}}{V_{butelki}} = \dots\dots\dots [g/cm^3] \dots\dots\dots \rho_{H_2O} = \dots\dots\dots [g/cm^3]$$

